

Technical University of Denmark



Per Goltermann: Concrete Structures - betonkonstruktioner. Opgaver. Oktober 2017

Goltermann, Per

Publication date:
2017

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Goltermann, P. (2017). Per Goltermann: Concrete Structures - betonkonstruktioner. Opgaver. Oktober 2017. Technical University of Denmark, Department of Civil Engineering.

DTU Library

Technical Information Center of Denmark

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Concrete Structures - Betonkonstruktioner

Opgaver



Per Goltermann

Department of Civil Engineering

2011

Opgaver i det grundlæggende kursus i betonkonstruktioner

Denne fil rummer alle de opgaver, der anvendes i den grundlæggende undervisning i betonkonstruktioner på Danmarks Tekniske Universitet og vil blive reviderede og supplerede når behovet melder sig.

Opgaverne ligger i den rækkefølge de normalt anvendes i undervisningen, der dækker konstruktionsmaterialerne stål og beton og de mest almindelige konstruktionsdele: Bjælker, søjler og plader.

De tilhørende opgaveløsninger er til rådighed i en tilsvarende publikation, som også kan downloades på www.betonkonstruktioner.byg.dtu.dk, hvor yderligere undervisningsmateriale vil være til rådighed.

Der er ved visse af besvarelserne tilføjet en QR-kode med bagvedliggende link til et relevant sted i den forelæsning, hvor emner blev gennemgået i det håb at det vil lette forståelsen af emnet.

Venlig hilsen

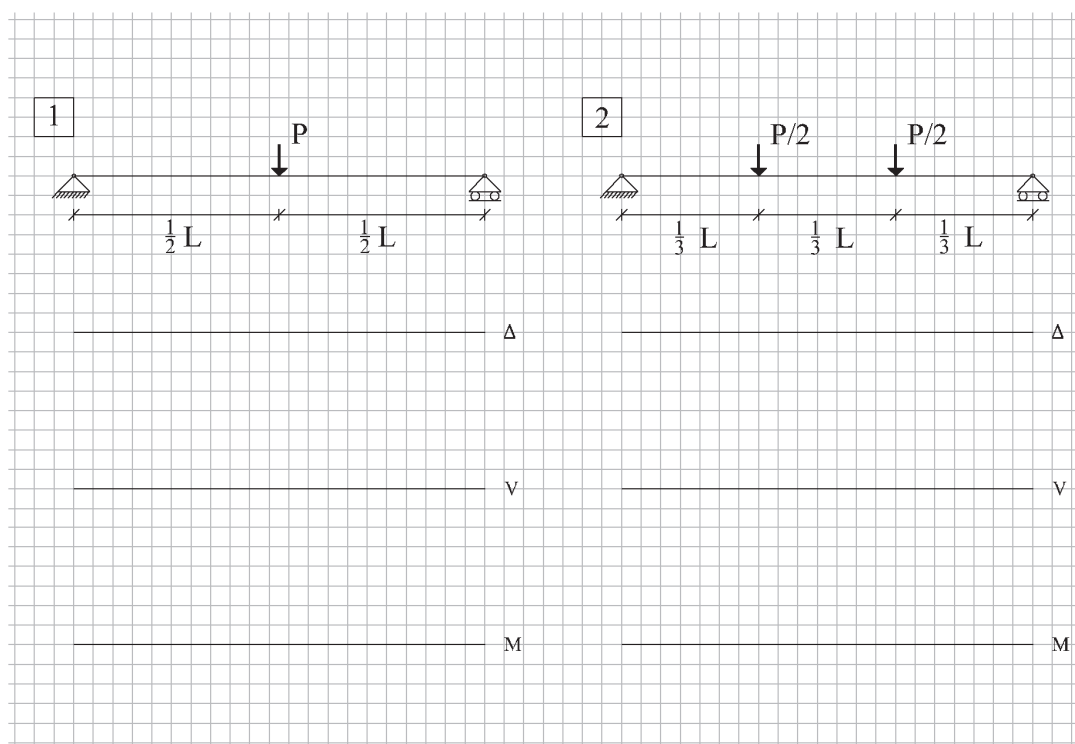
Per Goltermann

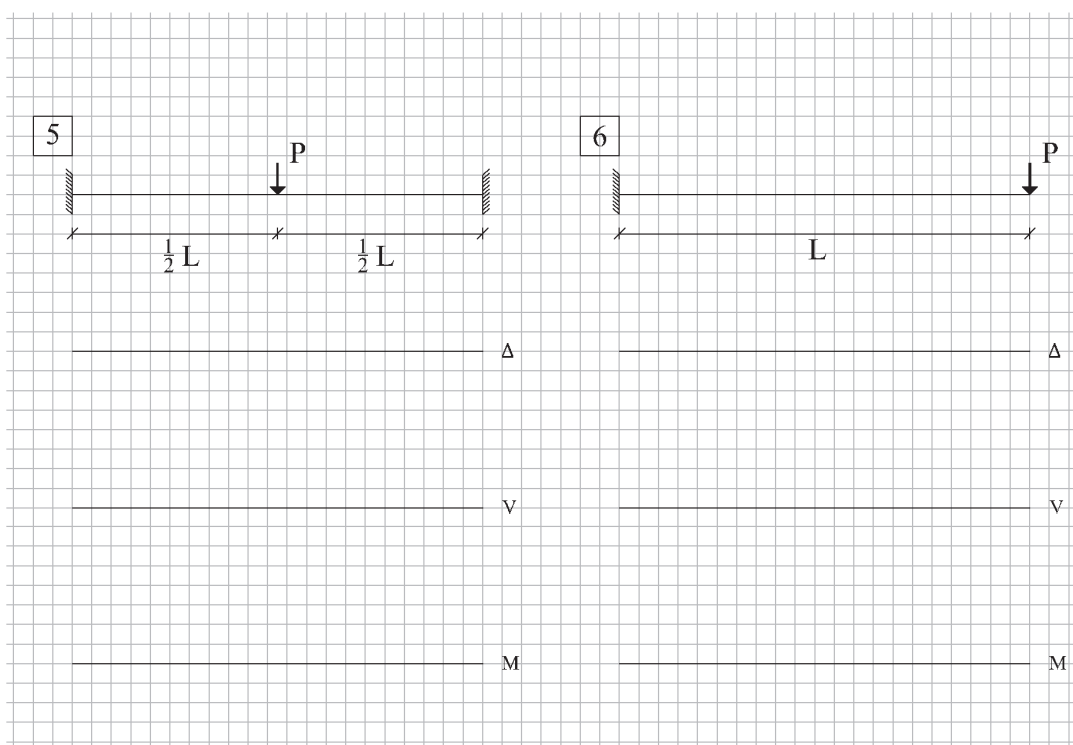
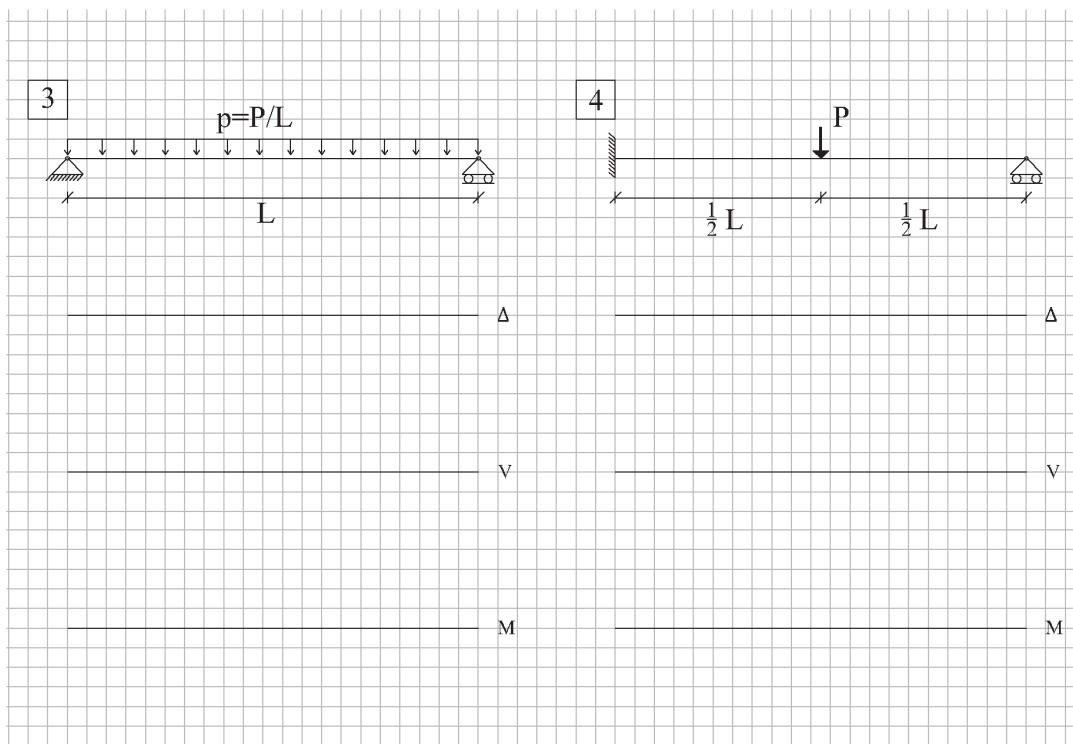
Opgave B11-01

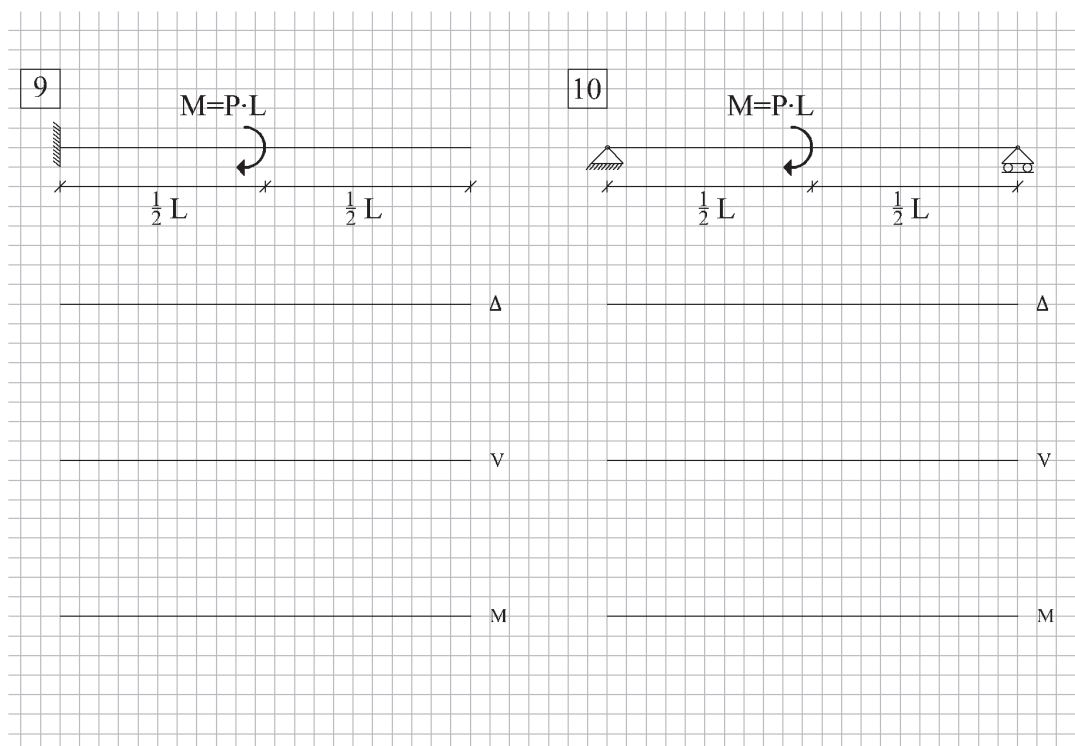
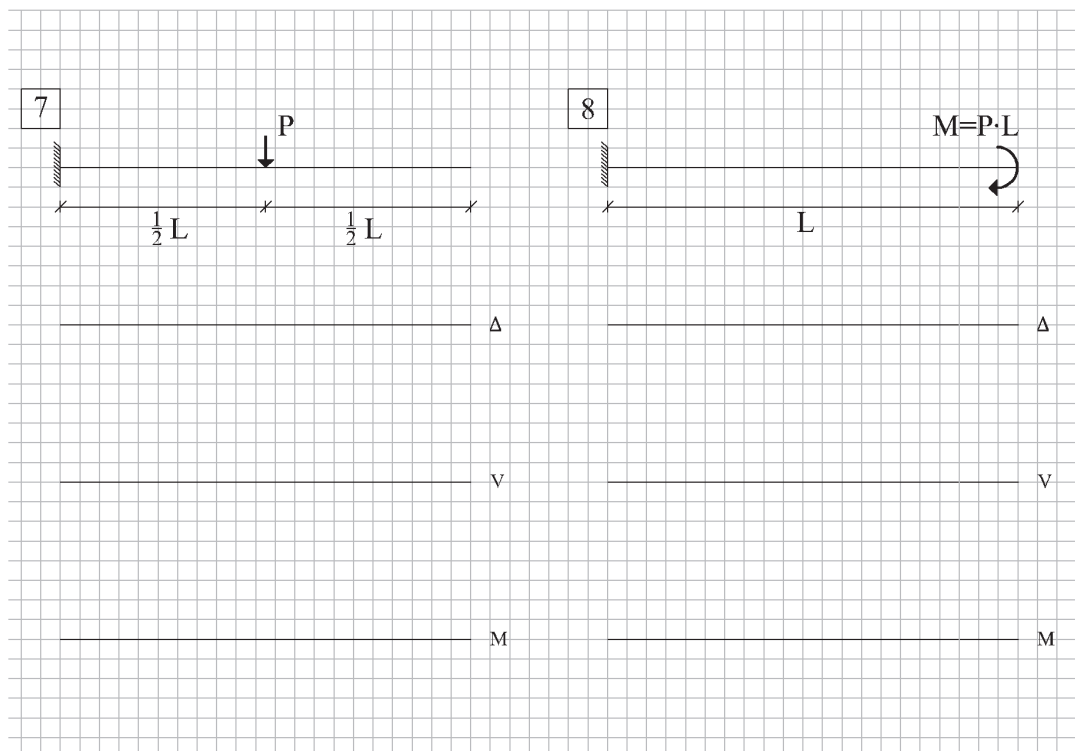
I det efterfølgende er der vist 10 forskellige bjælker og belastninger.

Bestem momentkurverne (M) og forskydningskurverne (V) for de statisk bestemte bjælker, men ikke de statisk ubestemte bjælker.

Optegn dit skøn over udbøjningens variation (Δ) i hver bjælke og sammenlign den med de tilsvarende momentkurver og forskydningskurver.

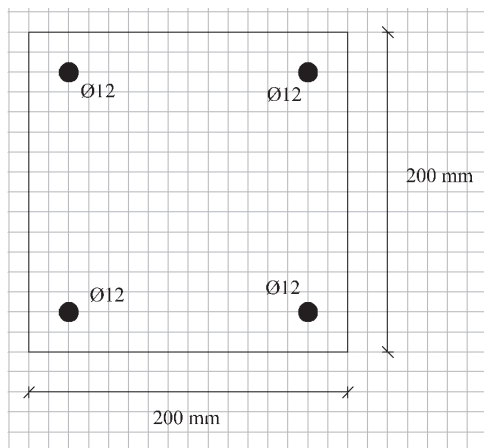






Opgave B11-02

Et betonprisme (dvs. en søjle eller bjælke) med et tværsnit på 20 gange 20 cm og med 3 til 8 m længde udstøbes i beton med cement i klasse R. Betonen opnår en 28døgn styrke på $f_{ck}=25\text{MPa}$ og $f_{cm}=33\text{MPa}$. Prismet er armeret med 4 Ø12 mm armeringsstænger.



Prismet er placeret i udendørs miljø (RH=70 % og gennemsnitstemperatur 10°C).

Prismet er beskyttet imod kraftig udtørring i hærideperioden og det plastiske svind kan derfor ignoreres ($\epsilon_{cp}=0$)

Der er dog lidt problemer med at finde det rigtige tidspunkt til at afforme og også noget tvivl om der vil komme svindrevner i prismet senere.

Spørgsmål 1:

Beregn middelværdien af betonens begyndelseselasticitetsmodul (E_{cm}) og den enaksede trækstyrke (f_{ctm}) ved 28 døgns modenhed.

Spørgsmål 2:

Entreprenøren ønsker den hurtigst mulige afformning og entreprenørens beregninger viser, at der kan afformes når $f_{ck}>15\text{MPa}$. Det ønskes undersøgt om det kan ske efter 3, 4 eller 7 modenhedsdøgn.

Tip: Check styrkeudviklingen som funktion af modenhedsdøgn).

Spørgsmål 3:

Beregn den endelige værdi af svindtøjningen ($\epsilon_{cd,\infty}+\epsilon_{ca,\infty}$) i betonen.

Prismet antages at være udsat for udtørring fra alle sider.

Spørgsmål 4:

Det antages her, at prismet (søjlen) frit kan trække sig sammen, men det ønskes undersøgt om der vil komme svindrevner.

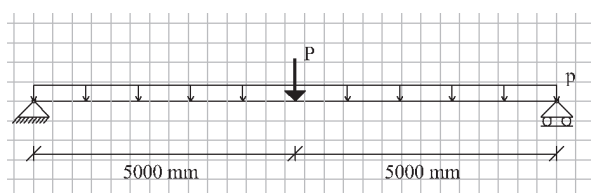
Tip: Bestem her de spændinger, der forekommer i betonen og i armeringen pga. udtørings-svindet, idet det antages at betonen og armeringen kan regnes lineært-elastiske med stivhederne $E_c=E_{cm}$ og $E_s=2\cdot 10^5\text{MPa}$ og sammenlignes med den enaksede trækstyrke f_{ctm} .

Spørgsmål 5:

Det antages at prismet (kantbjælken) er fuldt fastholdt mod sammentrækning, men det ønskes undersøgt om der vil komme svindrevner.

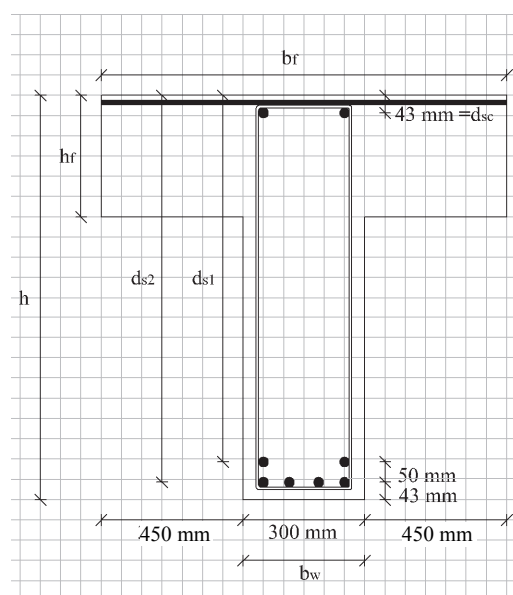
Opgave B11-03

En præfabrikeret bjælke til et byggeri udføres med et T-formet tværsnit og understøttes simpelt på en væg. Bjælken er støbt i beton med $f_{ck}=30\text{MPa}$ og armeret med kamstål $\varnothing 24$ mm som længdearmering og $\varnothing 6$ mm bøjler pr 150 mm, begge med styrke $f_{yk}=550\text{MPa}$ i stålklasse B. Bjælkens rumvægt ρ kan sættes til 24 kN/m^3 . Der anvendes partialkoefficienter $\gamma_c=1,45$ og $\gamma_s=1,2$.



Figur 1. Bjælkens belastning og understøtninger.

Figur 2. Tværsnittets geometri.
Dæklaget $c=25$ mm inkl. tolerancer,
 $b_f=1200$ mm, $b_w=300$ mm,
 $h=1000$ mm, $h_f=325$ mm



Bjælken er belastet med egenlasten g , en fordelt, permanent nyttelast $p=20\text{kN/m}$ og en bevægelig korttidsnyttelast i form af en enkeltkraft $P=250\text{kN}$ på midten.

Spørgsmål 1:

Vis at bjælkens nedbøjning i den revnede tilstand overfor den bevægelige korttidslast P ikke overstiger $L/500$.

Spørgsmål 2:

Vis at langtidsnedbøjningen for egenlasten g og den fordelte last p ikke overstiger $L/500$.

Spørgsmål 3:

Vis at bjælkens maksimale revnevidde ikke overstiger $0,2$ mm ved langtidsbelastningen.

Spørgsmål 4:

Eftervis bjælkens momentbæreevne (for den samlede belastning)

Spørgsmål 5:

Eftervis bjælkens forskydningsbæreevne ved fuld forankring af bjælkens trækarmring.

Spørgsmål 6:

Eftervis bjælkens forskydningsbæreevne ved en vederlagsdybde på 250 mm.

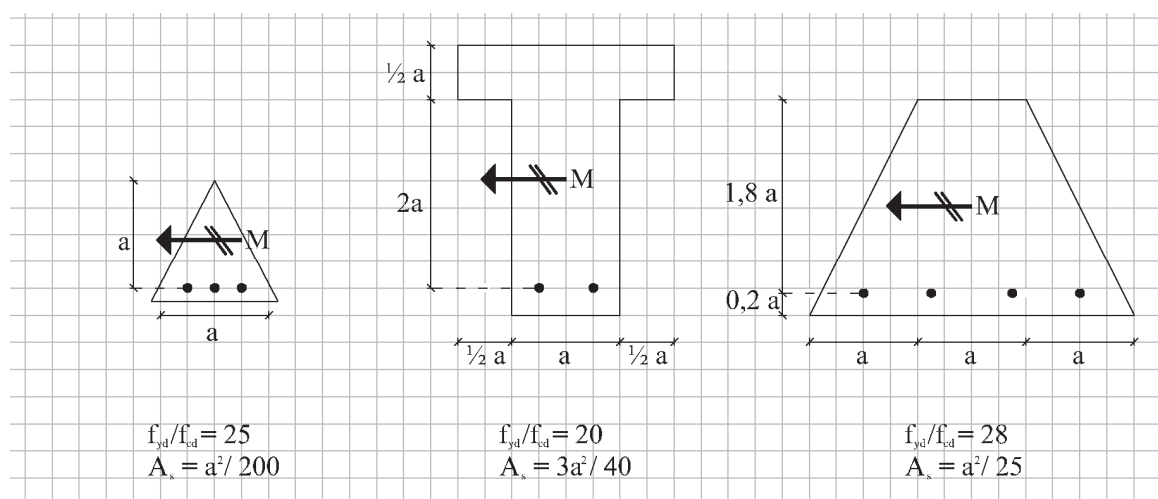
Opgave B11-04

Tre forskellige bjælketværsnit har de på figuren viste dimensioner og armeringsplaceringer. Armeringsarealet A_s er forskelligt for de tre tværsnit, og kan ansættes til henholdsvis $a^2/200$, $3a^2/40$ og $a^2/25$.

Armeringen er i klasse B eller C og har en regningsmæssige flydespænding f_{yd} , mens den regningsmæssige betonbrudstyrke er f_{cd} (der er tale om en normalstyrkebeton med $f_{ck} \leq 50$ MPa). Forholdet mellem disse spændinger er henholdsvis 25, 20 og 28 for de tre tværsnit.

Tværsnittene er alle påvirket til ren bøjning med et bøjende moment M og normalkraften $N = 0$.

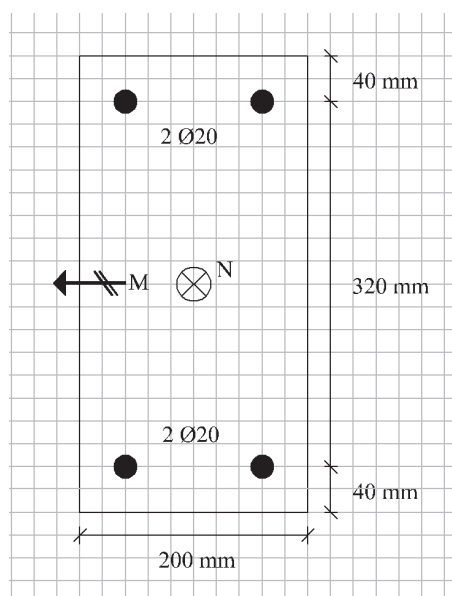
Alle tværsnit kan antages at være normaltarmet, så $\epsilon_{uk} > \epsilon_s > \epsilon_{yd}$.



Spørgsmål: Bestem brudmomentet M_u i hvert af de tre tværsnit udtrykt ved længden a og den regningsmæssige betonstyrke f_{cd} .

Opgave B11-05

En bjælke med rektangulært tværsnit har de på figuren viste dimensioner.



Betonen har styrken $f_{ck}=25\text{MPa}$, mens armeringen har styrken $f_{yk}=500\text{MPa}$ i klasse B.

Der anvendes partialkoefficienterne $\gamma_c=1,45$ for betonens trykstyrke og $\gamma_s=1,20$ for armeringens flydestyrke.

Tværsnittet er påvirket af det bøjende moment M samt af tryknormalkraften N , der angriber i midten 200 mm fra bjælkens overside.

Ved besvarelsen kan der ses bort fra montagearmeringen (oversidearmeringen eller trykarmeringen) i de 2 første spørgsmål, mens den tages med i de sidste 3 spørgsmål.

Spørgsmål 1: Brudmomentet M_u bestemmes ved ren bøjning.

Spørgsmål 2: Brudmomentet M_u bestemmes ved bøjning med normalkraft $N=120\text{kN}$.

Spørgsmål 3: Brudmomentet M_u bestemmes ved ren bøjning.
Trykarmeringen skal medregnes og det anbefales at anvende iteration.

Spørgsmål 4: Beregn og optegn M-N diagrammet.
Trykarmeringen skal tages med.

Spørgsmål 5: Kontroller om tværsnittet kan bære kombinationerne af M og N i tabellen.

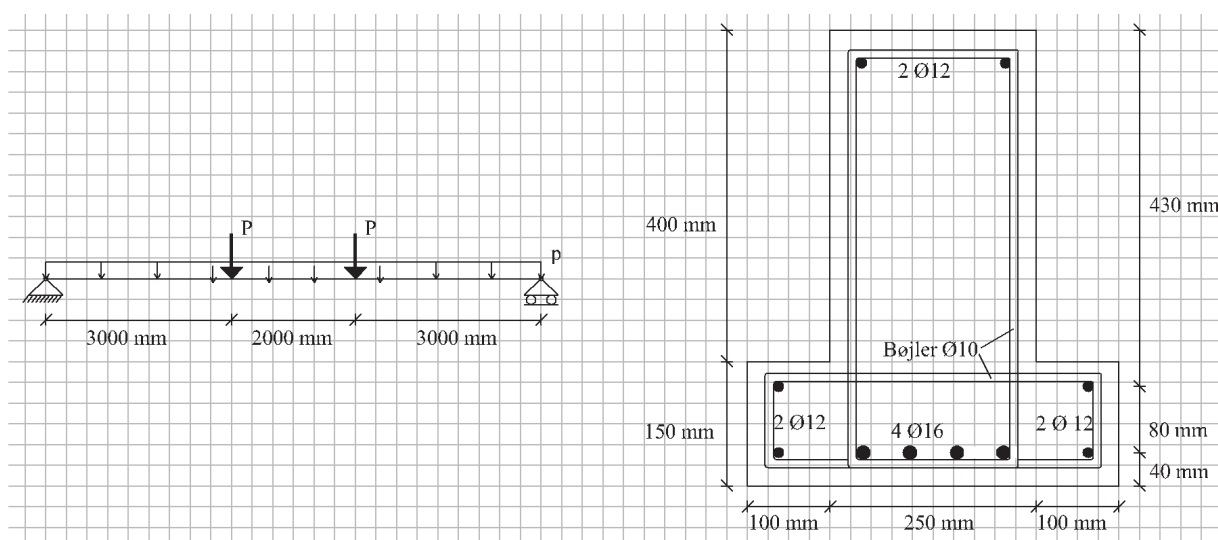
N (kN)	M (kNm)
40	60
400	120
1100	100
1600	40
1500	55
700	130
900	140

Opgave B11-06

En vandret, armeret betonbjælke er simpelt understøttet med spændvidden 8,0 m. Bjælkens tværsnit er som angivet på figuren. Hovedarmeringen består af $\varnothing 16$ og $\varnothing 12$ mm ribbestål placeret i to lag som vist med målsætning i højderetningen til armeringsstålernes midte. Bøjlearmeringen er $\varnothing 10$ mm og placeret med konstant bøjleafstand s .

Betonens karakteristiske trykstyrke f_{ck} er 30 MPa. Hovedarmeringen er kamstål i styrkeklasse B500 ($f_{yk}=500$ MPa) i klasse B. Bøjlearmeringen er kamstål i styrkeklasse S410 ($f_{yk}=410$ MPa) i klasse B. Der anvendes partialkoefficienterne $\gamma_c=1,45$ for betonens trykstyrke og $\gamma_s=1,20$ for armeringens flydestyrke.

Bjælken er belastet med en regningsmæssig, jævnt fordelt linielast $p = 15$ kN/m og to enkeltkræfter, P , på hver 30 kN (regningsmæssig værdi). Bjælkens egenlast er inkludret i p .



Spørgsmål 1:

Undersøg om hovedarmeringen er tilstrækkelig til at bære momentet i bjælken. Husk at kontrollere, om tværsnittet er normalt armeret.

Spørgsmål 2:

Idet bøjleafstanden s er konstant over hele bjælkelængden, ønskes den størst mulige bøjleafstand for bøjler i kroppen bestemt; afrund den endelige bøjleafstand passende.

Benyt $\cot\theta = 2,0$.

Spørgsmål 3:

Bestem kraften i hovedarmeringen ved understøtningen.

Vurdér hvilke af hovedarmeringsjernene, der skal kunne optage denne kraft.

Spørgsmål 4:

Vederlagsdybden af understøtningen a kan regnes at være 200 mm.

Kontrollér forankringen af $\varnothing 16$ mm armeringsjernene over understøtningen.

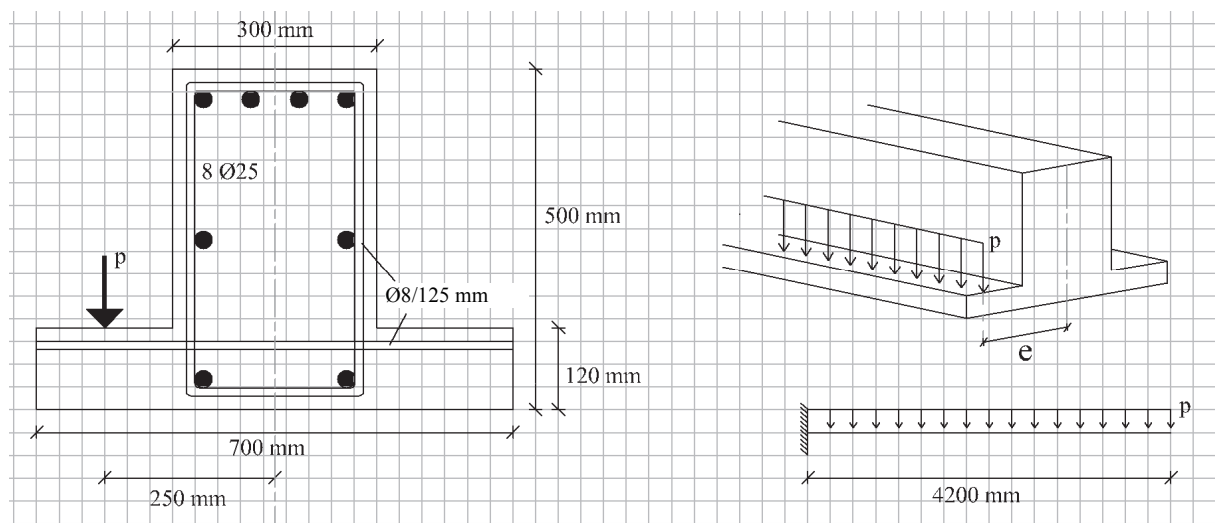
Opgave B11-07

En bjælke - indspændt i den ene ende, fri i den anden - har det på figuren viste T-formede tværsnit med bjækelængde $l=4,2\text{m}$, kropsbredde $b_w=300\text{mm}$, flangebredde $b_f=700\text{mm}$, højde $h=500\text{mm}$ og en flangehøjde $h_f=120\text{mm}$.

Den langsgående armering er fuldt forankret ved understøtningen og består af $\text{Ø}25$ mm i klasse B stål med $f_{yk}=550\text{MPa}$. Bøjlearmeringen består af $\text{Ø}8$ mm per 125 mm i samme kvalitet stål. Den øvrige armering i flangen anses for tilstrækkelig, der tages ikke hensyn til den i opgaven. Betonen har $f_{ck}=35\text{MPa}$. Bjælken er udført med et dæklag på 20 mm inkl. tolerancetillæg. Der anvendes partialkoefficienterne $\gamma_c=1,45$ for betonens trykstyrke og $\gamma_s=1,20$ for armeringens flydestyrke.

Ved beregning af bjælkens egenlast, g regnes med en samlet rumvægt på 24 kN/m^3 . Bjælkens nyttelast $p=p_k\gamma_p$ er lodret og jævnt fordelt langs bjælken med en excentricitet på $e=250\text{mm}$, hvor $p_k=15\text{ kN/m}$ og partialkoefficienten på nyttelasten er $\gamma_p=1,5$.

Ved optagelse af vridning og forskydning anvendes $\theta = 22,5^\circ$ ($\cot \theta = 2,0$).



Spørgsmål 1:

Bestem de regningsmæssige snitlaste (T_{Ed} , M_{Ed} , V_{Ed}) i det hårdest påvirkede tværsnit.

Spørgsmål 2:

Eftervis bjælkens vridningsbæreevne.

Spørgsmål 3:

Eftervis bjælkens momentbæreevne.

Spørgsmål 4:

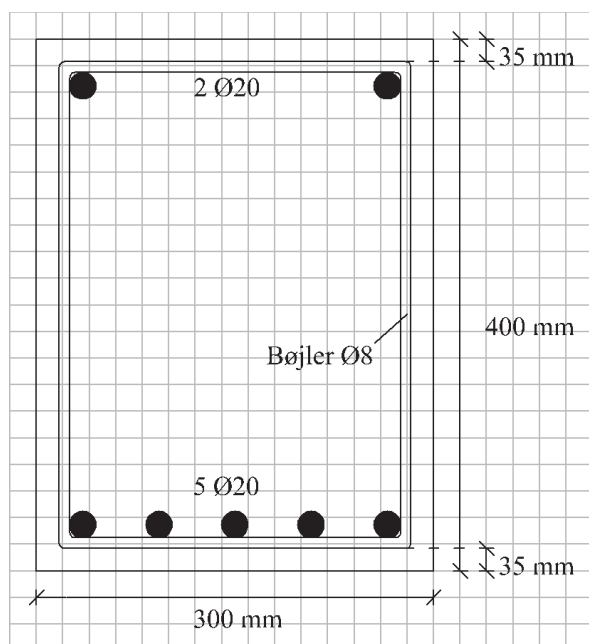
Eftervis bjælkens forskydningsbæreevne.

Spørgsmål 5:

Eftervis bjælkens samlede bæreevne overfor belastningen (dvs kombineret vridning, bøjning og forskydning).

Opgave B11-08

Et rektangulært, armeret tværsnit har højden $h=400$ mm og bredden $b=300$ mm, som de fremgår af Figur 1. Armeringen i bjælkens underside er 5 stk $\varnothing 20$ mm armeringsstænger, mens der i oversiden er placeret 2 stk $\varnothing 20$ mm armeringsstænger. Endvidere er bjælken forsynet med en bøjlearmering, som er udformet som lukkede $\varnothing 8$ mm bøjler.



Figur 1. Tværsnit i bjælken.

Bjælken skal anvendes i aggressiv miljøklasse og der er derfor specificeres B35 beton ($f_{ck}=35$ MPa) og et dæklag på 35 mm (svarende til 30 mm plus 5 mm i tolerance). Al armeringen er B500 ($f_{yk}=500$ MPa) i klasse B stål. Der anvendes partialkoefficienterne $\gamma_c=1,45$ for betonens trykstyrke og $\gamma_s=1,20$ for armeringens flydestyrke.

Ved beregningerne ses der bort fra armeringen i trykzonen.

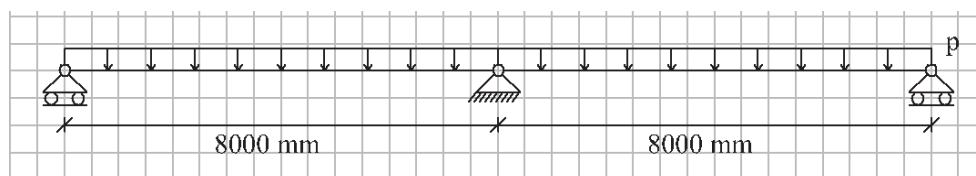
Bjælken er belastet med egenlast (g), (beregnet ud fra en samlet rumvægt for den armerede beton på 24 kN/m^3) plus en karakteristisk nyttelast $q_k=20 \text{ kN/m}$.

Ved beregningerne sættes partialkoefficienterne til $\gamma_g=1,0$ for egenlast og til $\gamma_q=1,3$ for nyttelasten. Den samlede last p beregnes som

$$p = g \cdot \gamma_g + q_k \cdot \gamma_q$$

Spørgsmål 1: Almindelig momentbæreevne:

Der anvendes to identiske bjælker, hver med 8 m spænd og simple understøtninger, som vist på Figur 2.



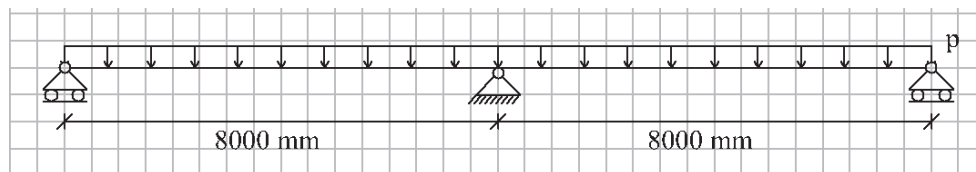
Figur 2. Simpelt understøttede bjælker

Brudmomentet M_{Rd} ønskes beregnet for bøjning, idet der ses bort fra armeringen i trykzonen.

Det beregnede brudmoment sammenlignes med det maksimale bøjende moment fra den jævnt fordelte belastning p.

Spørgsmål 2: Momentbæreevne ved negativt moment:

De to bjælker antages nu at være kontinuerte, som vist på Figur 3.



Figur 3. Kontinuerte bjælker.

Brudmomentet M'_{Rd} ved negativ bøjning (træk i oversiden) ønskes beregnet, idet der ses bort fra armeringen i trykzonen.

Spørgsmål 3: Indspændingmomentet:

Bjælkerne regnes kontinuerte, som vist i Figur 3. Bæreevnen ønskes eftervist ved, at tage indspændingsmomentet over midterunderstøtningen i regning.

Reaktionerne ved de 3 understøtninger ønskes beregnet ved den valgte indspænding.

Spørgsmål 4: Nedbøjning for simpelt understøttet bjælke

Bjælkerne regnes simpelt understøttede, som vist på Figur 2 og belastede med en korttidslast på

$$p = q_k \cdot 0,75$$

Nedbøjningen på midten w_m ønskes bestemt, idet der regnes med revnet tværsnit og armeringen i trykzonen ignoreres.

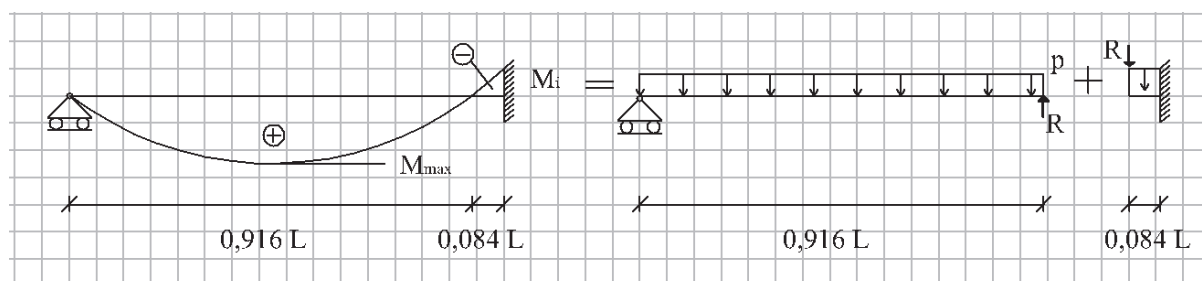
Det ønskes kontrolleret om nedbøjningen overstiger det krævede maksimum på $w < L/250$.

Spørgsmål 5: Nedbøjning for en kontinuert bjælke

Bjælkerne regnes nu kontinuerte, som vist på Figur 3. Bjælkerne belastes som i spørgsmål 4 og der regnes stadig med revnet tværsnit og armeringen i trykzonen ignoreres ved både positive og negative momenter.

Det ønskes kontrolleret om nedbøjningen (stadig) overstiger maksimum på $w < L/250$.

Tip til beregningerne: Ved at anvende en indspændingsgrad på 0,4, svarende til lige stor udnyttelse af oversidearmering i negativ bøjning og af undersidearmeringen i positiv bøjning opnår man at momentkurven har et nul-punkt ca. $0,084L$ fra midterunderstøtningen.



Dette betyder, at bjælken nærmest mellemunderstøtningen har et negativt moment og fungerer som en udkraget bjælke med en maksimal udbøjning u_2 , mens den øvrige del af bjælken har positivt moment og fungerer som en simpelt understøttet bjælke med en maximal nedbøjning u_1 , plus et bidrag $u_2/2$ fra nedbøjningen fra stykket med negativt moment. Vi kan beregne de to nedbøjninger som

$$u_1 = \frac{5}{384} \frac{p \cdot (0,916L)^4}{EI} \quad \text{og} \quad u_2 = \frac{1}{8} \frac{p \cdot (0,084L)^4}{EI'} + \frac{1}{3} \frac{p \cdot (0,916L) \cdot (0,084L)^3}{EI'}$$

hvor EI er stivheden ved positiv bøjning og EI' er stivheden ved negativ bøjning. Herefter findes den maksimale udbøjning som

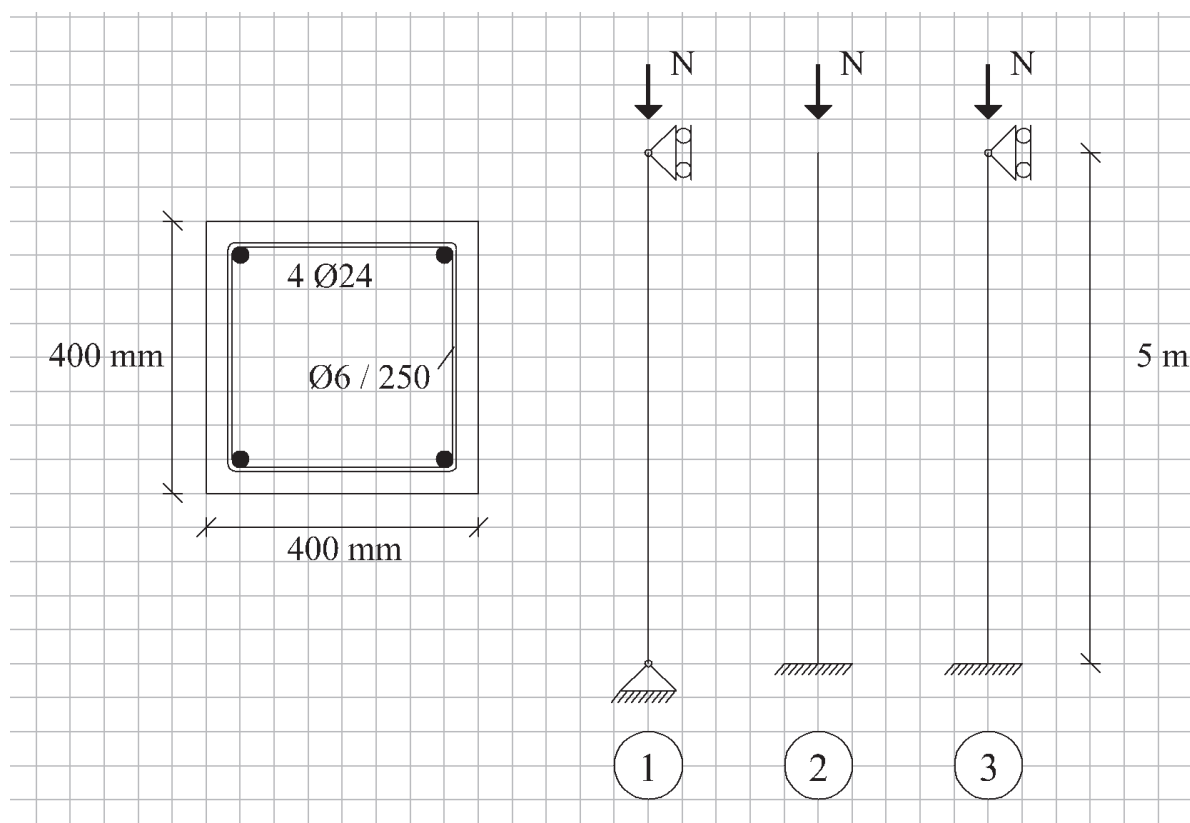
$$u_{\max} = u_1 + \frac{1}{2}u_2$$

Opgave B11-09

En lodret, armeret betonsøjle har et konstant tværsnit, som vist på figur 1 og er en del af en husbyggningskonstruktion, støbt sammen med tilstødende dæk og bjælker.

Søjlen er støbt med en beton med karakteristiske enaksede trykstyrke på 30 MPa og armeret med armeringsstænger i styrkeklasse B500, som vist på figur 1.

Der kan forudsættes partialkoefficienter $\gamma_c=1,45$ og $\gamma_s=1,20$.



Figur 1. Tværsnit (alle mål i mm)

Figur 2. Søjlen understøtninger og belastninger i tilfælde 1 til 3

Spørgsmål 1:

Søjlen i tilfælde 1 belastes centralt med en regningsmæssig lodret last $N=3000$ kN inkl. tillæg. Eftervis søjlens bæreevne.

Spørgsmål 2:

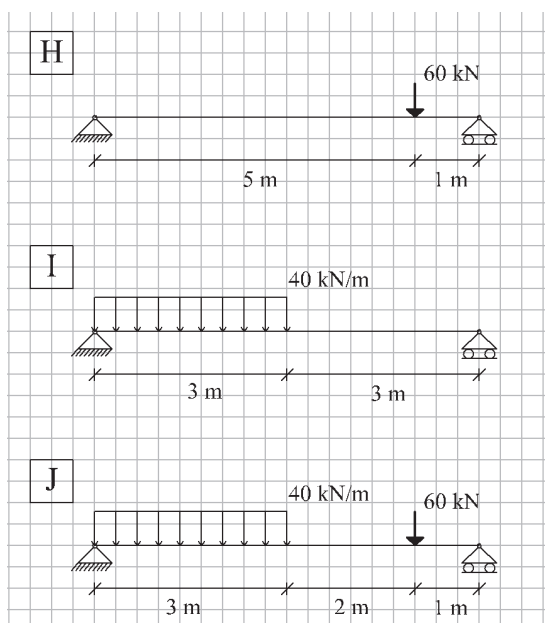
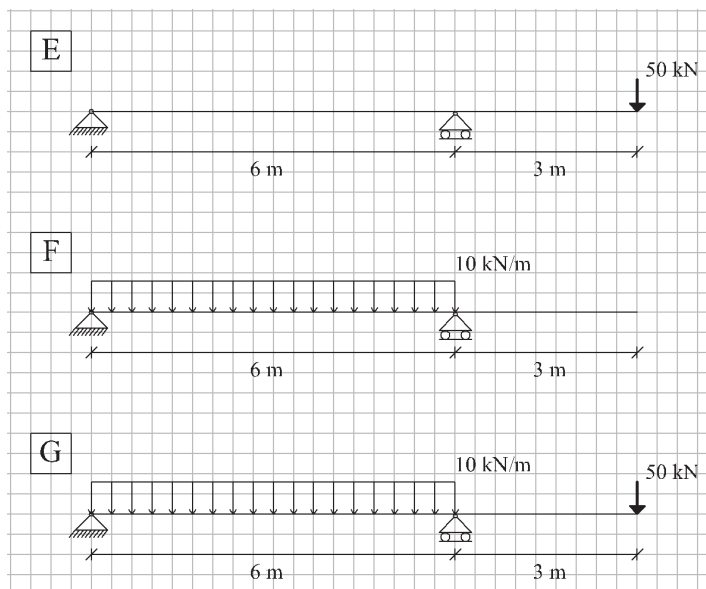
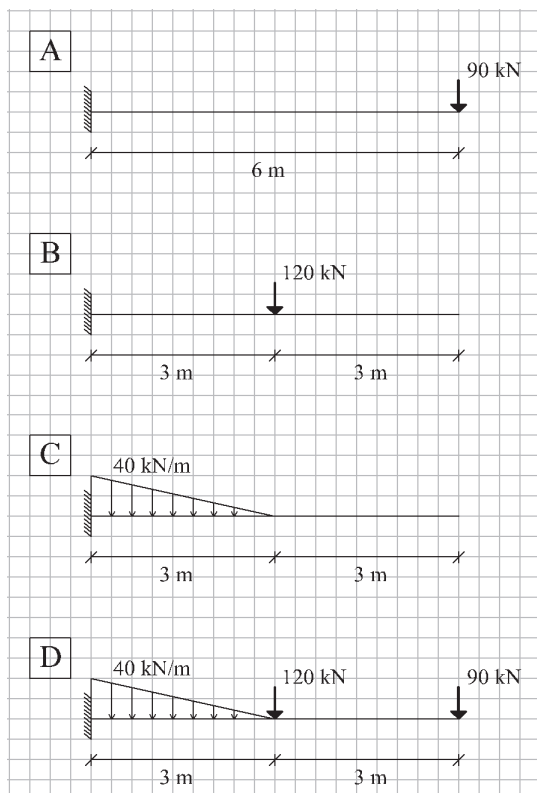
Søjlen i tilfælde 2 belastes centralt med en regningsmæssig, lodret last $N=2500$ kN inkl. tillæg. Vis om søjlen kan bære lasten.

Spørgsmål 3:

Søjlen i tilfælde 3 belastes centralt med en regningsmæssig, lodret last $N=3200$ kN inkl. tillæg. Vis om søjlen kan bære lasten.

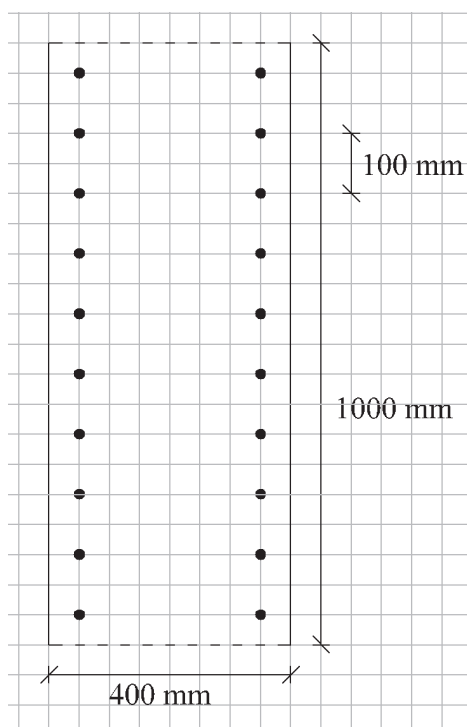
Opgave B11-10

En række bjælker (A til J) er belastede med en række regningsmæssige laste.
Der skal optegnes forskydnings- og momentkurver og de maksimale værdier skal angives.

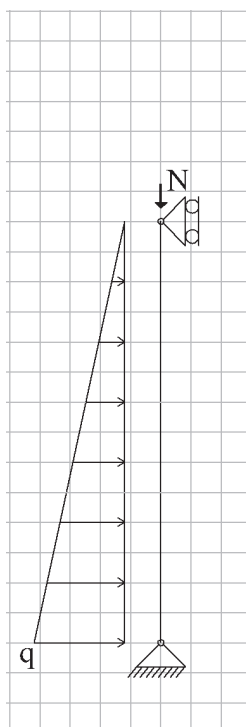


Opgave B11-11

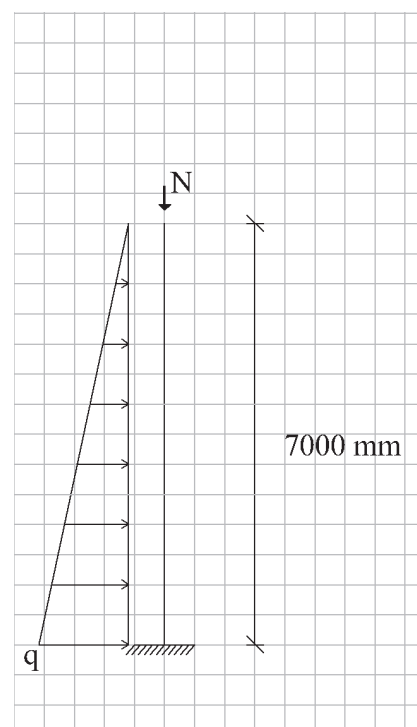
En kældervæg (vægsøjle) har et tværsnit som vist nedenfor med et dæklag på 35 mm, udstøbt med B35 beton ($f_{ck}=35\text{MPa}$). Væggen er armeret med $\text{Ø}16/100\text{mm}$ i lodret retning i begge sider i kvalitet B500 ($f_{yk}=500\text{MPa}$) i klasse B. Der kan forudsættes partialkoefficienter $\gamma_c=1,45$ og $\gamma_s=1,20$.



Væggens vandrette tværsnit over 1 m.
Alle mål i mm.



Tilfælde 1.



Tilfælde 2.

Kældervæggen er i tilfælde 1 simpelt understøttet foroven og forneden, men er i tilfælde 2 indspændt for neden og fri foroven.

Væggen er centralt understøttet og centralt belastet med en regningsmæssig lodret last N på 950 kN/m , samt belastet på tværs med en regningsmæssig last fra et vandtryk som varierer fra $q=0$ i toppen til $q=70\text{ kN/m}^2$ i bunden. Excentriciteter pga. udførelsen ignoreres.

Spørgsmål 1:

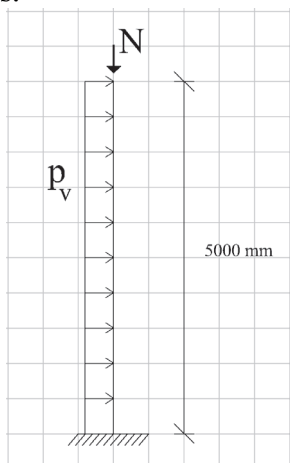
I tilfælde 1 undersøges det om søjlens bæreevne er tilstrækkelig i den revnede tilstand, idet al armeringen tages i regning. Det anbefales at bruge iteration.

Spørgsmål 2:

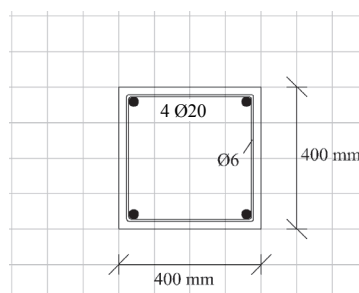
I tilfælde 2 undersøges det om søjlens bæreevne er tilstrækkelig i den revnede tilstand, idet al armeringen tages i regning.

Opgave B11-12

En søjle til en husbygningkonstruktion er fast indspændt i bunden og fri i toppen som vist på figur 1.1 og er excentrisk belastet i toppen kombineret med en tværlast. Søjlen er udført med et kvadratisk tværsnit som vist i figur 1.2. Dæklaget er 25 mm. Excentriciteter fra udførelsen ignoreres.

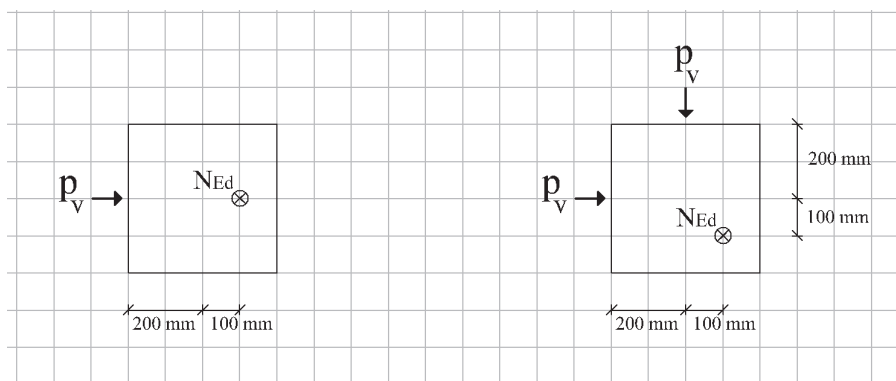


Figur 1.1. Søjle med last.
 $L = 5000$ mm.



Figur 1.2. Geometri af kvadratisk tværsnit.
Alle mål i mm.

Søjlen er udført i beton med $f_{ck}=25\text{MPa}$ og al armering har $f_{yk}=500\text{MPa}$ og opfylder kravene til klasse B. Partialkoefficienterne $\gamma_s=1,2$ og $\gamma_c=1,45$ anvendes for hhv. stål og beton.



Figur 1.3. Belastning af søjlen i spørgsmål 1.

Figur 1.4. Belastning af søjlen i spørgsmål 2.

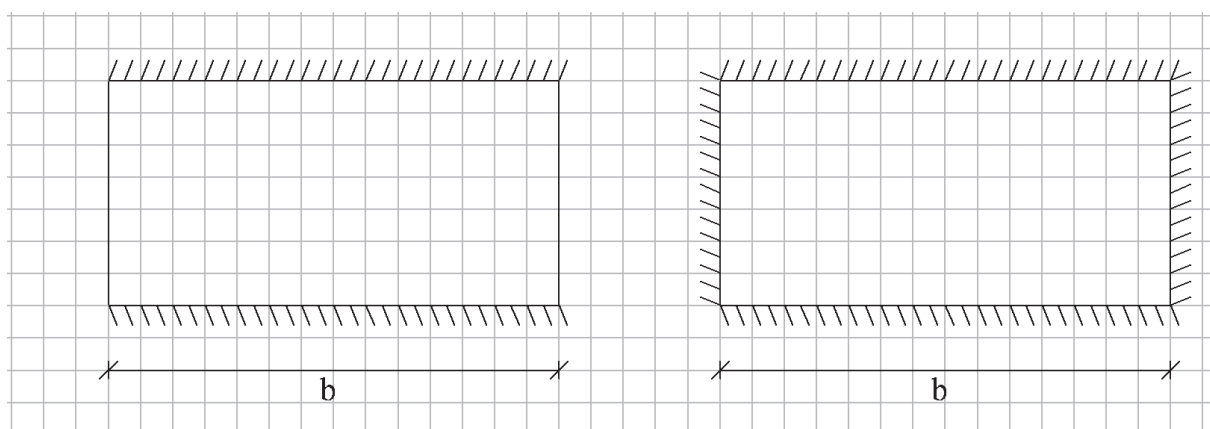
Spørgsmål 1: Søjlen belastes med en lodret, regningsmæssig last $N_{Ed}=90\text{kN}$ excentrisk placeret og kombineret med en jævnt fordelt regningsmæssig tværlast $p_v=1\text{kN/m}$ fra en side som vist på figur 1.3. Søjlenes bæreevne ønskes eftervist.

Spørgsmål 2: Søjlen belastes med en lodret, regningsmæssig last $N_{Ed}=90\text{kN}$ excentrisk placeret og kombineret med en jævnt fordelt regningsmæssig tværlast $p_v=1\text{kN/m}$ fra to sider som vist på figur 1.4. Søjlenes bæreevne ønskes eftervist.

Opgave B11-13

En plade til et byggeri kan enten lægges op som en enkeltspændt plade, eller som en dobbeltspændt plade med simple understøtninger som vist på Figur 1 og har målene $L=4\text{m}$ og $b=8\text{m}$.

Pladen har tykkelsen $t=175\text{mm}$ og er armeret med $\text{Ø}8/125\text{mm}$ i begge retninger i undersiden med en effektiv højde $d=150\text{mm}$. Beton og armering har styrkerne $f_{ck}=25\text{MPa}$ og $f_{yk}=500\text{MPa}$.



Figur 1. Pladens geometri,

Pladens belastes med egenlasten $g=4,2\text{kN/m}^2$, en bevægelig (korttids) nyttelast $p_k=5\text{kN/m}^2$ og en permanent (langtids) nyttelast på $p_L=2,5\text{kN/m}^2$.

Bruges af byggeriet kræver, at nedbøjningerne for den bevægelige nyttelast ikke overstiger $L/250$, mens langtidsnedbøjningen ikke må overstige $L/250$ og det antages at alle tværsnit i pladen er revnede.

Spørgsmål 1:

Kontroller om den enkeltspændte plades nedbøjning for den bevægelige nyttelast overstiger $L/250$.

Spørgsmål 2:

Beregn den dobbeltspændte plades nedbøjning for den bevægelige nyttelast og beregn hvor stor den er i forhold til den enkeltspændte plade.

Spørgsmål 3:

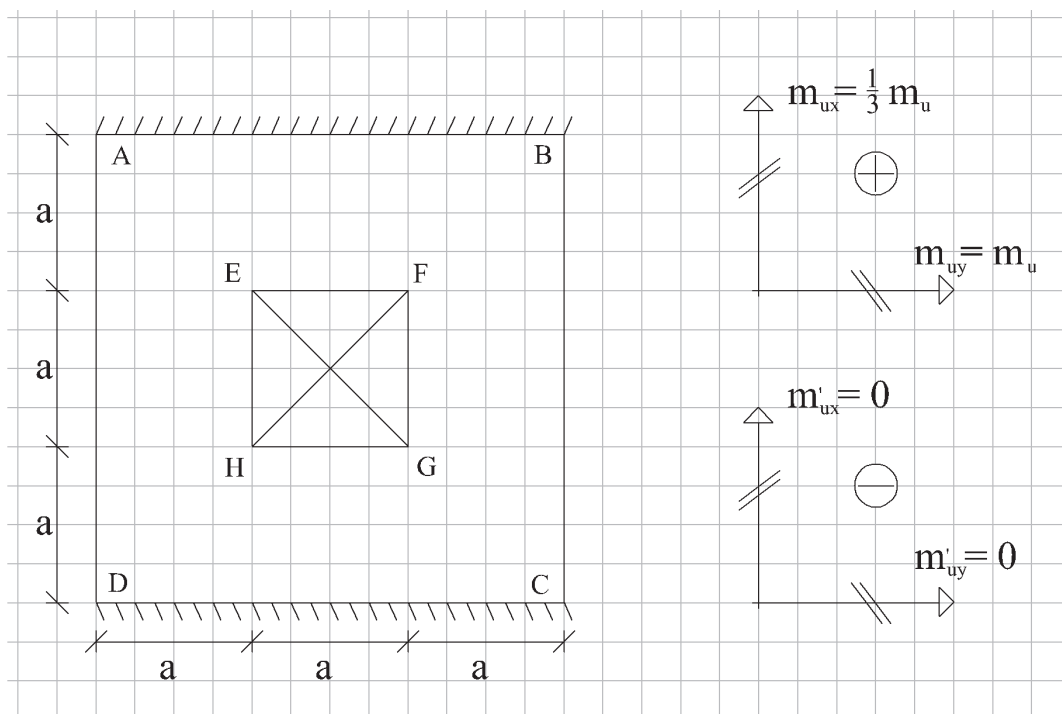
Kontroller om den dobbeltspændte plades nedbøjning for egenlast og den permanente nyttelast overstiger $L/250$.

Opgave B11-14

En kvadratisk, armeret betonplade ABCD er simpelt understøttet langs kanterne AB og CD. Pladen er forsynet med et kvadratisk hul EFGH som vist på nedenstående figur, hvor også pladens dimensioner er angivet.

Pladens armering er parallel med kanterne og svarer til flydemomenter som vist på figuren.

Pladen, der er vandret, er overalt belastet med en ensformig fordelt, lodret nedadrettet last, der inklusiv egenlasten har intensiteten p pr. arealenhed.



Spørgsmål 1: Bestem ved hjælp af strimmelmetoden en nedreværdi for pladens bæreevne udtrykt ved m_u og a .

Spørgsmål 2: Bestem ved hjælp af brudlinieteorien en øvreværdi for pladens bæreevne udtrykt ved m_u og a .

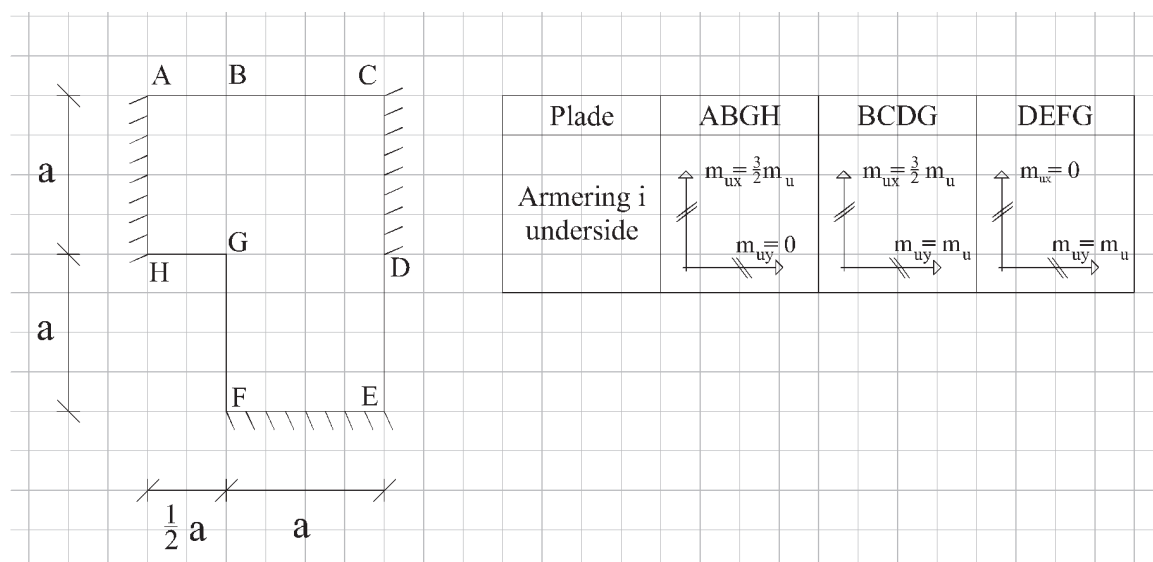
Opgave B11-15

En vandret, armeret betonplade ABCDEFGH er simpelt understøttet langs kanterne CD, EF og HA og fri langs kanterne ABC, DE og FGH som vist på tegningen, hvor pladens dimensioner tillige er angivet.

Armeringen, der kun er beliggende i pladens underside, er placeret langs med pladens kanter, og den fører til de flydemomenter, som er angivet i figuren.

Pladen belastes overalt af en ensformigt fordelt, lodret, nedadrettet last, der inklusiv egenlasten har intensiteten p pr. arealenhed.

Indføres andre forudsætninger end de i opgaven anførte, skal disse nævnes og begrundes.



Spørgsmål 1: Bestem ved hjælp af strimmelmetoden en nedreværdi for pladens bæreevne udtrykt ved m_u og a .

Spørgsmål 2: Bestem ved hjælp af brudlinieteorien en øvreværdi for pladens bæreevne udtrykt ved m_u og a . Der skal undersøges mindst to væsensforskellige brudfigurer, idet den ene inddrager hele pladen (total brudfigur), medens den anden kun inddrager dele af pladen (partiell brudfigur).

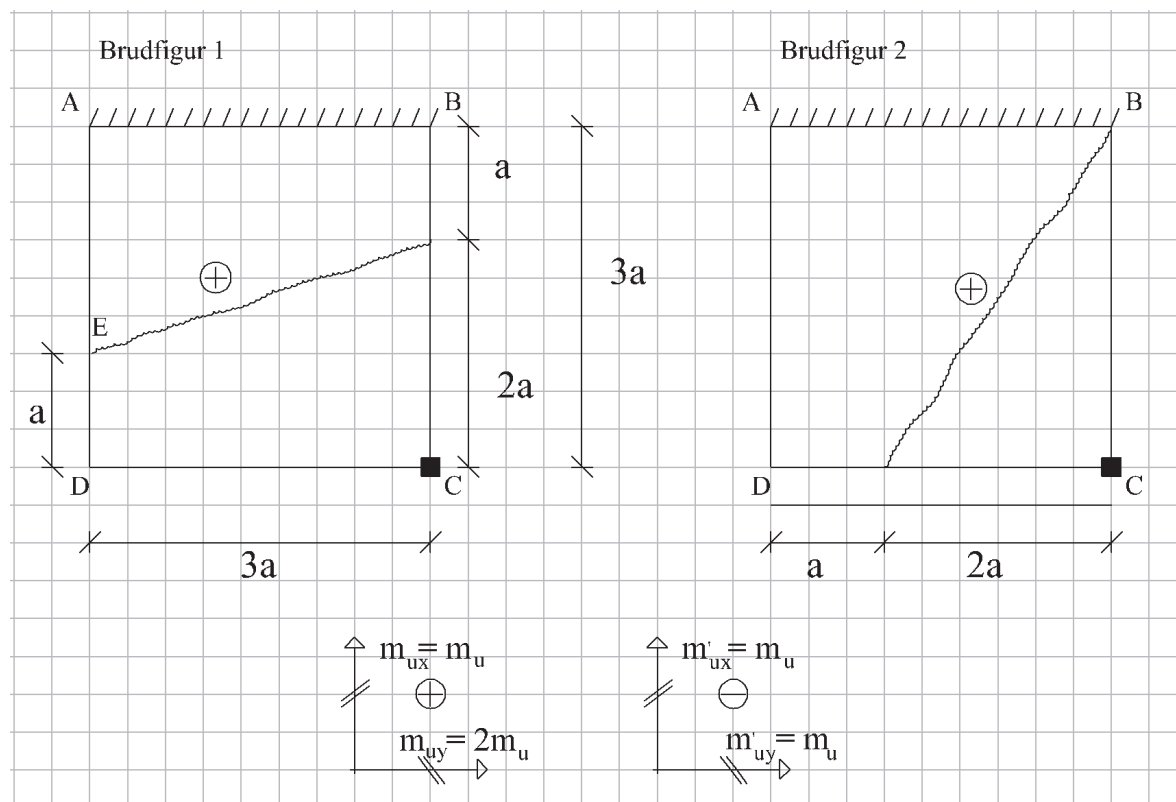
Opgave B11-16

En vandret, armeret betonplade ABCD er simpelt understøttet langs siden AB og fri langs de tre øvrige sider som vist på figuren. Pladen er endvidere understøttet af en søjle i punkt C. Pladen er kvadratisk med sidelinie $3a$.

Armeringen, der er beliggende i såvel pladens over- og underside, er placeret parallelt med pladens kanter. Armeringen resulterer i de på figuren angivne brudmomenter, dvs.

$$m_{ux} = m'_{ux} = m'_{uy} = m_u \text{ og } m_{uy} = 2m_u.$$

Pladen belastes overalt af en ensformigt fordelt, lodret, nedadrettet last, der inklusiv egenlasten har intensiteten p pr. arealenhed.



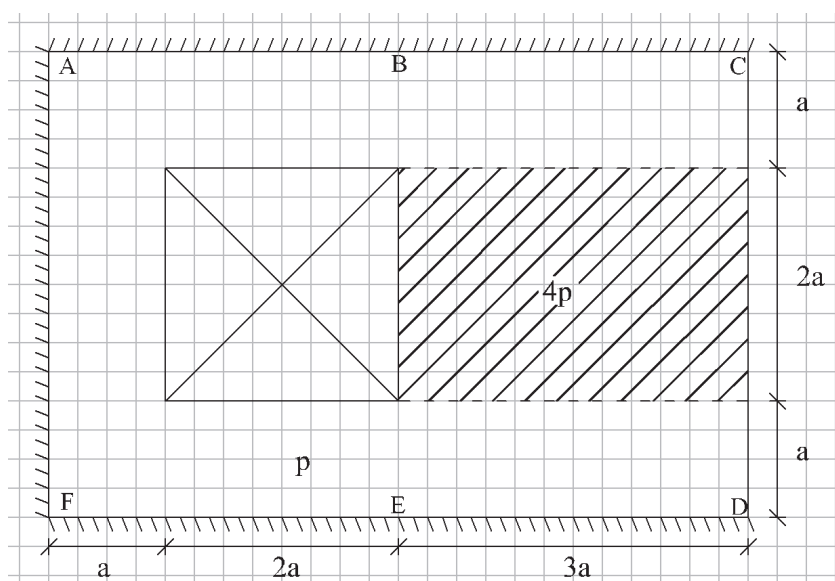
Spørgsmål 1: Bestem størrelse og retning af drejningsvektorerne ω_1 og ω_2 for de to pladedele i brudfigur 1, idet punkt E flyttes δ nedad. Angiv vektorerne på en skitse.



Spørgsmål 2: Bestem ved hjælp af brudlinieteorien øvreværdien p^+ for flydelasten, når brudfigur 2 lægges til grund for beregningerne. Øvreværdien ønskes udtrykt ved m_u og a .

Opgave B11-17

En vandret, armeret betonplade ABCDEF er simpelt understøttet langs kanterne AC, DF og FA og fri langs randen CD som vist på figuren, hvor pladens dimensioner tillige er angivet.

Pladen belastes overalt af en ensformigt fordelt, lodret, nedadrettet last, der inklusiv egenlasten har intensiteten p pr. arealenhed overalt på pladen undtagen i et område, hvor lasten er øget til $4p$. Pladens brudmomenter er angivet i tabellen.



Pladefelt	ABEF	BCDE
	$m_{ux} = m_u$ $m_{uy} = m_u$	$m_{ux} = m_u$ $m_{uy} = 4m_u$
	$m'_{ux} = m_u$ $m'_{uy} = m_u$	$m'_{ux} = m_u$ $m'_{uy} = m_u$

Spørgsmål 1: Bestem ved hjælp af strimmelmetoden en nedreværdi for pladens bæreevne udtrykt ved m_u og a .

Spørgsmål 2: Bestem ved hjælp af brudlinieteorien en øvreværdi for pladens bæreevne udtrykt ved m_u og a .

Opgave B11-18

Der skal til et byggeri designs en præfabrikeret bjælke som kan ligge over et vindues areal. Vindueshullet er 2,8 m bredt og man vil derfor foretrække en 3,0 m lang bjælke med 2,9 m spændvidde og 100 mm vederlag i hver ende. Bjælken skal ligge på en 15 cm tyk, præfabrikeret betonvæg og skal kunne bære en regningsmæssig nyttelast på 15 kN/m udover sin egenlast. Bjælkens egenlast sættes til 24 kN/m³.

Bjælken udføres i B25 og armeres med trækarmring af kamstål ($f_{yk}=500$ MPa) og bøjler af rundjern ($f_{yk}=235$ MPa) til bøjlerne i klasse B stål. Der anvendes partialkoefficienterne $\gamma_c=1,45$ for betonens trykstyrke, $\gamma_{ct}=1,70$ for betonens trækstyrke og $\gamma_s=1,20$ for armerings flydestyrke.

Diameter (mm)	Areal (mm ²)	Vægt i kg/m	
		Rundjern	Kamstål
5	19,63	0,154	Sælges ikke
6	28,27	0,222	0,228
8	50,27	0,395	0,407
10	78,54	0,617	0,636
12	113,10	0,888	0,915
16	201,06	1,578	1,625
20	314,16	2,466	2,540

Tabel. Mulige armeringsdiametre, deres tværsnitsareal og vægt.

Spørgsmål 1: Vælg elementets bredde og højde ved brug af overslagsdimensioner.

Spørgsmål 2: Vælg hvilken trækarmring du skal bruge – og vis at det er tilstrækkelig til at optage det bøjende moment. Det antages at placeringstolerancerne er 5 mm.
Beregn vægten af trækarmringen i bjælken.

Spørgsmål 3: Vælg hvilken bøjlearmring du skal bruge – og vis at den er tilstrækkelig til at optage forskydningskraften og tilstrækkelig til at opfylde minimumsbøjlekravene.
Beregn vægten af bøjlearmringen i bjælken, idet du sætter længden af en bøjle lig med $2 \cdot (\text{bjælkehøjden} + \text{bjælkebredden})$.

Spørgsmål 4: Kontroller at kravene til placeringen af armeringen i bjælketværsnittet er opfyldte. Ved kontrollen antages tilslagets maximale, nominelle kornstørrelse (største sten) at være 16 mm.

Spørgsmål 5: Kontroller forankringen over vederlaget – hvis nødvendigt justeres modellen eller designet til forankringen er tilstrækkelig.

Spørgsmål 6: Vurder om det er økonomisk at optimere armeringsarrangementet yderligere, hvis 1 kg armering koster 40 kr (inkl. materialer og arbejds løn) og 1 ingeniørtid koster 600 kr. Vurderingen bedes foretaget, hvis a) der er højst 10 ens bjælker og b) hvis der er mindst 100 ens bjælker.

Oversigt over opgavernes indhold

Bøjning i anvendelsestilstanden	B11-03, B11-08, B11-13
Bøjning med normalkraft i brudgrænsetilstanden	B11-05
Bøjnings i brudgrænsetilstanden	B11-03, B11-04, B11-05, B11-06, B11-07
Dimensionering	B11-18
Forskydning	B11-03, B11-06, B11-07
Kombineret vridning, forskydning og bøjning	B11-07
Kontinuerte bjælker	B11-08
Materialerelationer	B11-02
Plader, brudliniemetode	B11-14, B11-15, B11-16, B11-17
Plader, nedbøjninger	B11-13
Plader, strimmelmetode	B11-14, B11-15, B11-17
Snitkræfter, quiz	B11-01
Snitkræfter, superposition	B11-10
Svind	B11-02
Søjler, centralt belastede	B11-09
Søjler, excentrisk og tværgående last	B11-11, B11-12
Vridning	B11-07

DTU Civil Engineering
Department of Civil Engineering
Technical University of Denmark

Brovej, Building 118
DK 2800 Kgs. Lyngby
Telephone +45 45 25 17 00

www.byg.dtu.dk